

Sek II

Der steile Zahn

Die neue Bahn, der „Steile Zahn“ auf dem Jahrmarkt, verläuft wie die folgende Funktion:

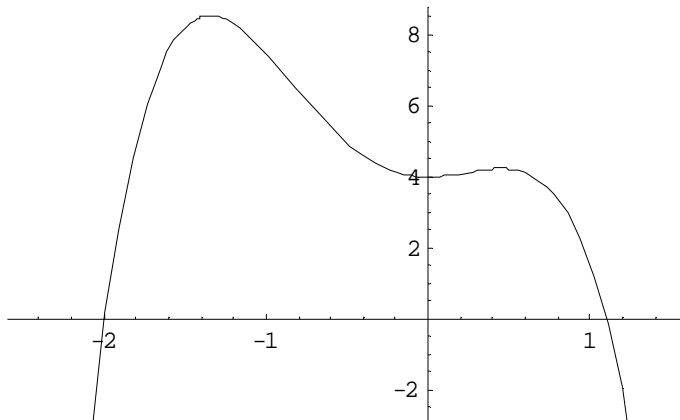
$$f(x) = -2x^4 - 3x^3 + 3x^2 + 4$$



- a) An welchen Stellen am Boden besteht die Möglichkeit in den „Steilen Zahn“ ein und aus zu steigen?
(Ohne Rechnung)
- b) Deine Freunde haben Angst, dass die Achterbahn über 10 m hoch sein könnte, denn dann würden sie nicht mit fahren.
Überzeuge sie davon, dass das nicht so ist.
Wie hoch ist die Achterbahn denn wirklich an ihrem höchsten Punkt?
- c) An welcher Stelle geht der „Steile Zahn“ in eine Links- bzw. Rechtskrümmung über?
Begründe!
- d) Überlege Dir eine weitere Funktion für einen „Steilen Zahn“.
Zeige und achte darauf, dass der höchste Punkt der Bahn zwischen 5m und 10m liegt!
Skizziere Deinen „Steilen Zahn“.

Lösung:

a)



$$x_1 = -2$$
$$x_2 = 1,099$$

b) Ableiten: $f'(x) = -10x^3 - 9x^2 + 6x$
 $f''(x) = -30x^2 - 18x + 6$

$f'(x) = 0$ setzen: $x_1 = 0; x_2 = -1,35; x_3 = 0,45$

x-Werte in $f''(x)$ einsetzen: $f''(x_1) = 6 > 0$ -> Tiefpunkt
 $f''(x_2) = -24,384 < 0$ -> Hochpunkt
 $f''(x_3) = -8,18 < 0$ -> Hochpunkt

Einsetzen der x-Werte in $f(x)$: $f(x_2) = 8,54$

Antwort:

Die Achterbahn ist an der höchsten Stelle 8,54 m hoch. Es können alle mit fahren.

c) Ableiten: $f'''(x) = -60x - 18$

$f''(x) = 0$ setzen: $x_1 = -0,84; x_2 = 0,24$

x-Werte in $f'''(x)$ einsetzen: $f'''(x_1) = 32,4 > 0$ -> Übergang in eine Linkskrümmung
 $f'''(x_2) = -32,4 < 0$ -> Übergang in eine Rechtskrümmung

Einsetzen der x-Werte in $f(x)$: $f(x_1) = 6,65$
 $f(x_2) = 4,12$

Antwort:

An der Stelle W1(-0,84 / 6,65) geht die Kurve in eine Linkskrümmung über,
an der Stelle W2(0,24 / 4,12) in eine Rechtskrümmung

d) $h(x) = -3,5x^4 - 3x^3 + 3x^2 + 4$

Ableiten:

$$h'(x) = -14x^3 - 9x^2 + 6x$$

$$h''(x) = -42x^2 - 18x + 6$$

$h'(x) = 0$ setzen:

$$x_1 = 0; x_2 = -1,05; x_3 = 0,41$$

x-Werte in $h''(x)$ einsetzen:

$$h''(x_1) = 6 > 0 \quad \rightarrow \text{Tiefpunkt}$$

$$h''(x_2) = -21,41 < 0 \quad \rightarrow \text{Hochpunkt}$$

$$h''(x_3) = -8,44 < 0 \quad \rightarrow \text{Hochpunkt}$$

Einsetzen der x-Werte in $f(x)$: $h(x_2) = 6,53$

